

Poównanie średnich w wielu grupach

Losowe przypisanie do grup (eksperyment zrandomizowany). Spośród 45 kobiet, miłośniczek psów wylosowano po 15 do każdej z grup C,F,P i poddano stresowi

C	62,6	70,9	73,3	75,5	77,8	80,4	84,5	84,7	84,9	87,2	87,4	87,8	90,0	91,8	99,0
F	76,9	80,3	81,6	83,4	87,0	88,0	89,8	91,4	92,5	97,0	98,2	99,7	100,9	101,1	102,2
P	58,7	64,2	65,4	68,9	69,2	69,2	69,5	70,1	70,2	72,3	76,0	79,7	85,0	86,4	97,5

Tab. 1 Średnia liczba uderzeń serca na minutę w stanie stresu. C – grupa kontrolna, F – stres w obecności przyjaciela, P – w obecności psa. Dane D

Porównania zaplanowane

Test kombinacji liniowych

$$H_0: \gamma = \sum C_i \mu_i = \gamma_0, H_1: \gamma \neq \gamma_0$$

Statystyka testowa

$$g = \sum C_i \bar{x}_i$$

Założenia: Normalność, niezależność, stałość wariancji

$$Eg = \gamma, \sigma_g = \sigma \sqrt{\sum \frac{C_i^2}{n_i}}$$

Test t Studenta

$$\frac{g - \gamma_0}{s \sqrt{\sum \frac{C_i^2}{n_i}}} \text{ ma } \sum n_i - I \text{ stopni swobody,}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (n_i - 1) s_i^2}{\sum n_i - I}}$$

Przykład:

$$H_0: \frac{\mu_F + \mu_P}{2} = \mu_C, H_1: \frac{\mu_F + \mu_P}{2} \neq \mu_C$$

$$\bar{x}_F = 91,3 \quad \bar{x}_P = 73,5 \quad \bar{x}_C = 82,5$$

$$s_F = 8,3 \quad s_P = 10,0 \quad s_C = 9,2$$

$$\text{Statystyka t Studenta } \frac{-0,12}{9,2 \sqrt{0,10}} = -0,041 \quad p=0,97$$

Różnica dla dwóch grup, gdy mamy wiele grup

Np.

$$H_0: \mu_P = \mu_C, H_1: \mu_P \neq \mu_C$$

Korzystanie z testu Studenta dla dwóch grup jest niepoprawne!

Tu $C_P = 1, C_C = -1, C_F = 0$

$$\frac{-9}{9,2 \sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}}} = -2,68, \text{ jest 42 stopnie swobody, } p=0,010$$

W klasycznym teście Studenta dla 2 grup $s=9,61$ i jest 28 stopni swobody. Wtedy $t=-2,56$ i $p=0,016$

Poównanie średnich w wielu grupach

ANOVA

C	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4
F	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4
P	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4	82,4

Tab. 2 Model stały M_0

CF	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9	86,9
P	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5

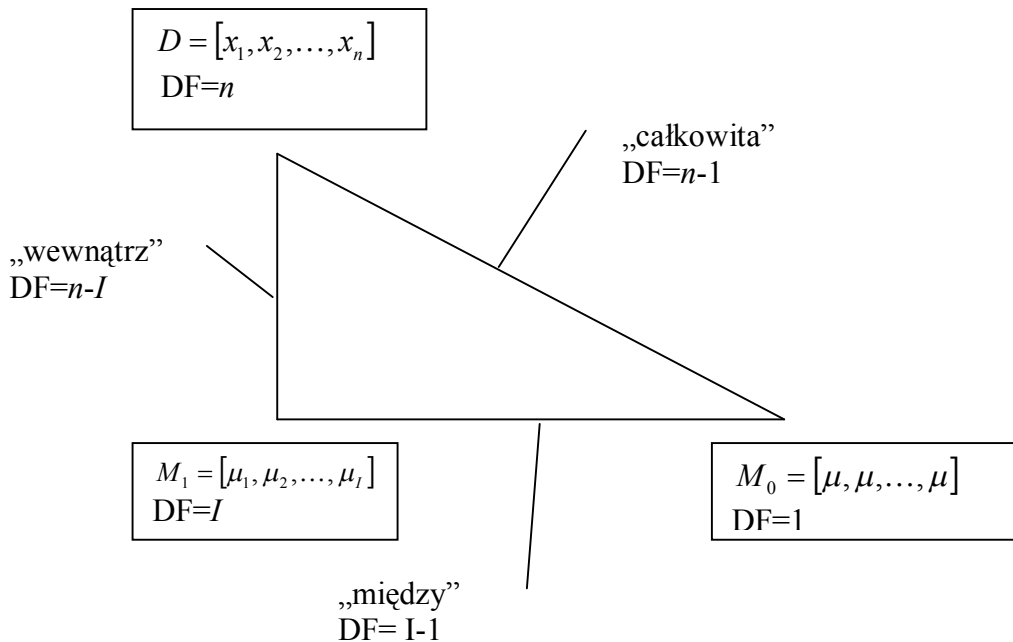
Tab. 3 Model M_1 : stres w obecności psa vs stres bez obecności psa.

C	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5	82,5
F	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3	91,3
P	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5	73,5

Tab. 4 Model zróżnicowanych średnich grupowych M_2

Pytanie:

Który z modeli najbardziej pasuje do danych? (brzytwa Ockhama¹)



Rys. 1 Trójkąt standardowego testu analizy wariancji dla hipotez $H_0: M_0$ przeciwko $H_1: M_1$.

Określenia „wewnątrz”, „między”, „całkowita” oznaczają nazwy odpowiednich sum kwadratów

¹Zasada *Nie należy mnożyć bytów ponad potrzebę* (*Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem*), nie pochodzi od Ockhama (XIV w.), lecz od siedemnastowiecznego niemieckiego filozofa Johanna Clauberga. W XVII wieku brzytwa Ockhama została oddzielona od swego średniowiecznego kontekstu i jako zasada ekonomii myślenia, stała się podstawą nowożytnej metodologii nauki. Zgodnie z tym ujęciem, nie należy wprowadzać nowych pojęć i założeń, jeśli nie ma się ku temu mocnych podstaw, a najprostsze rozwiązania teoretyczne, przyjmujące najmniejszą liczbę założeń, uważane są za najlepsze.

Poównanie średnich w wielu grupach

Założenia, odporność ANOVA

<i>Źródło wariacji</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Wartość- p</i>
Pomiędzy grupami	1806,75	1	1806,75	18,76	8,74E-05
W obrębie grup	4142,24	43	96,33		
Razem	5948,99	44			

Tab. 5 ANOVA dla $H_0: M_0$ przeciwko $H_1: M_1$

<i>Źródło wariacji</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Wartość- p</i>
Pomiędzy grupami	2387,69	2	1193,84	14,08	2,09E-05
W obrębie grup	3561,31	42	84,79		
Razem	5948,99	44			

Tab. 6 ANOVA dla $H_0: M_0$ przeciwko $H_1: M_2$

<i>Źródło wariacji</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Wartość- p</i>
Pomiędzy grupami	580,94	1	580,94	6,85	0,012
W obrębie grup	3561,31	42	84,79		
Razem	4142,24	43			

Tab. 7 ANOVA dla $H_0: M_1$ przeciwko $H_1: M_2$